TEMA 8 EL PROBLEMA DE LA POSICIÓN DE LA TIERRA EN EL UNIVERSO. SISTEMAS GEOCÉNTRICOS Y HELIOCÉNTRICOS

TEORÍA DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL. APLICACIONES.

IMPORTANCIA DE LA UNIFICACIÓN DE LA GRAVITACIÓN TERRESTRE Y CELESTE.

1- EL PROBLEMA DE LA POSICIÓN DE LA TIERRA EN EL UNIVERSO.

Toda cultura ha tenido una teoría sobre la formación del universo y las leyes que lo rigen. A tales conjuntos de ideas se les ha llamado cosmologías. Las primeras estaban basadas en mitos sobre la creación en los cuales uno o más dioses hicieron el mundo por diferentes procedimientos (babilonios, egipcios, indios o chinos).

Babilonia

Los babilonios quedan que la tierra era un gran círculo plano rodeado por un río atrás del cual había una montaña infranqueable, y todo ello sobre un mar cósmico.

Fueron los creadores de la astrología y creyeron que el movimiento los cambios en las estrellas y los planetas de terminar lo que ocurría en la tierra.

Egipto

Para los antiguos egipcios, el cielo era un texto colocado sobre el mundo y soportado por columnas situadas en los cuatro puntos cardinales. La Tierra en una caja rectangular, más larga la dirección norte sur y que tenía el río Nilo como centro. Hacia el sur había un río en el cielo sostenido por montañas y sol este río el sol hacía su viaje diario. Las estrellas estaban suspendidas del cielo por fuertes cables, pero no daban ninguna explicación sobre sus movimientos. India la antigua civilización hindú consideraba que la tierra era una esfera dividida en cuatro continentes. los planetas y las estrellas se mueven en el cielo bajo la opción de un viento cósmico.

China

La primera cosmología China consideraba que un cielo redondo cabría en una tierra cuadrada con el sol y las estrellas moviéndose alrededor de la Tierra punto más tarde, esta visión fue sustituida por otra en la que la tierra era también redonda, alrededor de la cual giran todos los cuerpos celestes.

Grecia

Los griegos consideraron que la tierra estaba rodeada de aire por arriba, agua alrededor y helada desde bajo. todo el conjunto estaba rodeado a su vez por el éter. Conforme evoluciona la cultura, esta visión fue alejándose de sus ideas puramente religiosas y el sistema anterior fue reemplazado por puntos de vista más sofisticados sobre naturaleza y el cosmos.

Los griegos fueron el primer pueblo en mirar los fenómenos celestes como un conjunto al alcance de la comprensión del hombre y, a base de razonamientos básicos y observaciones elementales consiguieron obtener una gran ca movimientos de los planetas y las estrellas. desde este punto de vista, podemos considerar que la primera cosmología científica fuera creado por los antiguos griegos.

2- SISTEMAS GEOCÉNTRICOS Y HELIOCÉNTRICOS

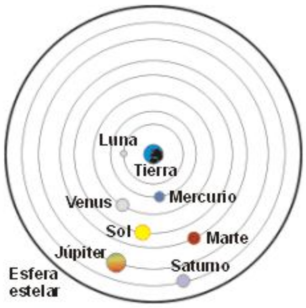
Los modelos geocéntricos consideran la Tierra, inmóvil, como el centro del universo, mientras que los demás cuerpos celestes giran a su alrededor con movimientos más o menos complicados. Por su parte, en los modelos heliocéntricos se considera el sol como el centro del universo y son los demás cuerpos los que se mueven a su alrededor.

2.1. Modelos geocéntricos.

Hasta el Renacimiento prácticamente todas las teorías cosmológicas se basaban en un modelo geocéntrico que tomaban como punto de partida las ideas de Platón (427-347 a. de J.C.): las estrellas, a las que calificaba de eternas, divinas e inmutables, se movían alrededor de la Tierra a razón de una vuelta por día y describían trayectorias circulares, que correspondían a las trayectorias de mayor perfección. Sin embargo, los planetas, cuando se observaban durante un período largo de tiempo, describían trayectorias más irregulares pero que deberían corresponder a una combinación de movimientos circulares. La cuestión fundamental era determinar cuáles eran esas combinaciones de movimientos circulares que debían asignarse a cada planeta para una descripción real de su movimiento.

2.1.1. Modelo de Eudoxio de Cnidos. (408-355 a. de J.C.)

El modelo más inmediato y sencillo para describir el movimiento circular de las estrellas fijas es un modelo geocéntrico, en el cual la Tierra se sitúa en el centro de una esfera celeste que contiene a dichas estrellas. El movimiento de las estrellas fijas se explica fácilmente en este modelo si suponemos que la esfera celeste da una vuelta completa diaria alrededor de un eje que pasa por los polos Norte y Sur de la Tierra. El movimiento del Sol, la Luna y de los cinco planetas conocidos se explicaban suponiendo que cada uno de ellos se encontraba situado sobre su propia esfera transparente, y éstas siete esferas colocadas dentro de la esfera celeste de las estrellas fijas.



2.1.2. Modelo de Aristóteles (384-322 a. de J.C.)

La idea central de la cosmología aristotélica es que todos los cuerpos, por su propia naturaleza, tienen una forma natural de movimiento. Algunos cuerpos se mueven en línea recta, otros permanecen en reposo, y otros deberían moverse siguiendo el otro movimiento natural, el circular. Puesto que a cada movimiento natural le corresponde una sustancia, entonces, deberían existir algunos cuerpos que se movieran en círculos. Aristóteles estableció que esos cuerpos son los objetos celestes, los cuales están hechos de una sustancia más perfecta, la quintaesencia (del latín quinto elemento) o éter. Por otro lado, puesto que las estrellas y planetas están hechas de esta sustancia perfecta y se mueven en círculos, es por tanto natural que la forma que de estos objetos sea esférica.

Para Aristóteles, el cosmos está constituido por una Tierra central esférica alrededor de la cual giran en movimientos circulares el Sol, la Luna, las estrellas y los planetas. Observemos lo anecdótico del planteamiento: los cuerpos celestes perfectos deben girar alrededor de uno imperfecto que es la Tierra.

Para Aristóteles, el cosmos está constituido por una Tierra central esférica alrededor de la cual giran en movimientos circulares el Sol, la Luna, las estrellas y los planetas. Observemos lo anecdótico del planteamiento: los cuerpos celestes perfectos deben girar alrededor de uno imperfecto que es la Tierra. Para la descripción del movimiento de los astros tomó como base el modelo de Eudoxio al que añadió 29 esferas más. El movimiento inicial de estas esferas se debía al móvil primario que actuaba sobre la esfera exterior que contenía a las estrellas fijas; este movimiento se transmitía a las esferas interiores mediante unas fuerzas de fricción.

El complejo modelo de Aristóteles explicaba la mayoría de los movimientos observados de los planetas y reunía las características fundamentales de una teoría científica: partiendo como hipótesis de que los cuerpos celestes se movían en esferas alrededor de la Tierra, modificó estas ideas de manera que se ajustaran a las observaciones hasta que todos los datos fueron precisamente explicados. En segundo lugar, utilizó su teoría para hacer predicciones, como la posición de Marte después de transcurrido un año, las cuales fueron corroboradas experimentalmente mediante observaciones posteriores.

No obstante, y a pesar de las mejoras introducidas por Aristóteles en el modelo de las esferas de Eudoxio, este modelo no explicaba el hecho de que el sol, la luna, Venus, Marte y Júpiter aparecieran a veces **más brillantes** que otras debido a la variación de su distancia a la Tierra. Obviamente, un modelo de esferas concéntricas era incompatible con esta distancia y brillo variable. A pesar del conocimiento de este problema, Aristóteles ignoró los argumentos en contra de su teoría la cual se ajustaba perfectamente a su Filosofía y su Mecánica.

Tampoco daba una explicación satisfactoria del movimiento retrógrado que en ciertos momentos parecían efectuar los planetas (estrellas errantes) sobre el fondo estelar.

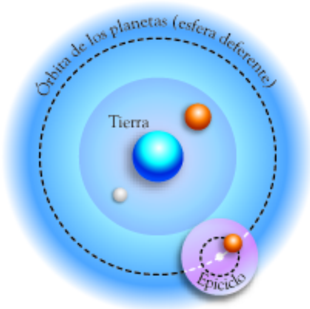
2.1.3. Modelo de Ptolomeo.

En el siglo II de nuestra era, Claudio Ptolomeo modificado que daba una explicación satisfactoria a los problemas apuntados anteriormente. Según este esquema, la Tierra seguía estando inmóvil en el centro del universo, y los planetas (salvo el Sol y la Luna, que movimientos: un movimiento orbital en el llamado llevaba a cabo el centro del epiciclo alrededor de la Tierra en la órbita llamada deferente.

Por otra parte, consideraba que la Tierra se encontraba en reposo pero no situada exactamente en el centro de rotación de los cuerpos celestes. De esta forma, el Sol, la Luna y los planetas se mueven y la distancia a la misma varía con el tiempo. Este esquema explicaría el hecho de que el Sol, a mediodía, está más cerca en invierno que en verano. A este tipo de movimiento le denominó movimiento excéntrico.

En su modelo, Ptolomeo se vio obligado tercer artificio denominado ecuante. Las observaciones realizadas sobre el movimiento de Sol permitían conocer que este recorre la primera mitad entre el equinoccio de primavera (21 de marzo) y el equinoccio de otoño (23 de septiembre). Y la otra mitad entre otra mitad entre el 23 de septiembre y el 21 de marzo. Es decir, que el Sol tarda en verano 6 días más en recorrer la misma distancia angular y por tanto parece moverse un poco más lento en verano que en invierno. Este hecho era imposible de explicar mediante

el uso de epiciclos, por lo que Ptolomeo se vio obligado a introducir el ecuante. Este consiste en suponer que un objeto celeste P se mueve en un movimiento circular alrededor de un punto O, de manera que se tiene una trayectoria excéntrica respecto de la Tierra T.



2.2. Modelos Heliocéntricos.

El primer modelo heliocéntrico que se conoce es la de Aristarco de Samos (siglo III a. C.), que recoge ideas expuestas por Heráclito de Ponto en el siglo anterior. Sugiere que el esquema más simple del movimiento de los astros se obtiene si se sitúa al Sol en el centro del universo. Según esta concepción, la Tierra tenía dos tipos de movimientos: la rotación diaria y la traslación anual. En este modelo la Tierra, la Luna y los cinco planetas conocidos hasta la fecha giraban respecto del Sol en órbitas de distinto tamaño.

2.2.1 Modelo de Copérnico.

Copérnico expone en detalle una teoría heliocéntrica que desecha muchos de los artificios del sistema ptolemaico y retorna la simplicidad de los movimientos planetarios. Para ello, sitúa al Sol en el centro del sistema; todos los planetas, incluyendo la Tierra, se movían en esferas concéntricas. En el sistema de Copérnico siguen empleándose, aunque en casos limitados y en menor número, los epiciclos. La ventaja sobre la teoría geocéntrica es que ahora todos los epiciclos y deferentes giran en el mismo sentido, y, sobre todo, que el movimiento retrógrado de los planetas tiene una explicación muy sencilla en este modelo. Uno de los mayores aciertos de la teoría copernicana fue el establecimiento de los períodos orbitales de los planetas alrededor del Sol, bastante aproximados a los que hoy conocemos, así como de las distancias relativas de los planetas al Sol.

Los elementos fundamentales eran los siguientes:

1- El Sol es el centro del universo, y no la tierra.
2- La Tierra y los demás planetas giran en órbitas circulares alrededor del Sol.
3- La Tierra y los demás planetas giran sobre sí mismos alrededor de su propio eje, siendo el periodo de rotación de la Tierra sobre sí misma de un día.
4- La Luna gira alrededor de la Tierra.

La Teoría heliocéntrica fue puesta en duda por los astrónomos y los hombres de ciencia de la época. Dentro de los argumentos en contra de la teoría caben destacar dos. En primer lugar, parece incompatible un modelo heliocéntrico con la ausencia de la observación de paralaje las denominadas estrellas fijas. Un segundo argumento era que, aparte de su simplicidad, no presentaba ninguna ventaja frente a la vieja teoría geocéntrica y tampoco había una sola observación que no puede ser explicado por ambas teorías.

2.2.2 Modificación de Tycho Brahe.

Propuso un modelo de compromiso entre la teoría geocéntrica y heliocéntrica: la tierra se encuentra en reposo en el centro del universo y alrededor de ella gira la luna y el sol, alrededor del cual giran el resto de los planetas.

El nacimiento de una nueva teoría nunca es fácil y así, en el caso que nos ocupa, no fue hasta el siglo XVII cuando se aceptó y fue utilizada la teoría heliocéntrica. también esta época la doctrina Aristotélica fue finalmente desechada. Si el primer paso lo dio Copérnico, los siguientes correspondieron a Kepler y a Galileo.

2.2.3. La contribución de Galileo.

El golpe de gracia contra todo el sistema aristotélico lo daría Galileo más tarde, en el año 1632, con la publicación de Diálogos sobre los dos grandes sistemas del mundo, obra en la que, entre muchas otras cosas, hace una defensa del sistema copernicano y expone el principio de inercia y la idea de la caída libre de los cuerpos y su independencia de la masa, en contra de las creencias aristotélicas.

Las ideas de Galileo, demasiado osadas en un tiempo que no estaba aún preparado para ellas, le acarrearon numerosos problemas con la Inquisición, que, tras juicios, confinamientos y amenazas de tortura, le forzó a la tan famosa como deshonrosa «abjuración».

2.2.4. Leyes de Kepler.

Johannes Kepler, contemporáneo de Galileo, con quien intercambió correspondencia, era un copernicano convencido. Fue, a su vez, ayudante y amigo de Brahe. Analizando él los datos astronómicos de su maestro enunció tres leyes que describían el movimiento planetario y que contribuyeron, años más tarde, al nacimiento de la ley de gravitación universal de Newton.

Primera ley. Los planetas se mueven en órbitas elípticas alrededor del Sol, que está situado en uno de los focos de la elipse.

Segunda ley. En su movimiento alrededor del Sol, los planetas barren áreas iguales en tiempos iguales.

Tercera ley. Los cuadrados de los períodos orbitales de los planetas son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores.

Kepler consiguió modificar el modelo heliocéntrico de Copérnico con sus leyes del movimiento de los planetas y proporcionó un esquema increíblemente simple del sistema solar al eliminar del nuevo modelo los artificios de los epiciclos, los ecuantes y los movimientos excéntricos y sustituirlos por simples órbitas elípticas. Difícilmente Kepler entendería el porqué las órbitas son precisamente elípticas de entre todas las curvas posibles. La respuesta a esta pregunta la dio Newton cincuenta años más tarde al demostrar que estas tres leyes de Kepler eran consecuencia de una ley fundamental de la naturaleza: la ley de gravitación universal.

3- TEORÍA DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL.

El modelo heliocéntrico se había consolidado a mediados del siglo XVII. No obstante, seguía sin resolverse el problema de la estructura y dinámica del sistema solar. La cuestión abierta por Kepler de por qué los planetas se mueven en orbitas elípticas estaba todavía sin contestar. La respuesta a esta interrogante fue dada por Isaac Newton con su ley de gravitación universal.

3.1. Ley de la Gravitación Universal.

La ley de gravitación universal enunciada por Newton dice: "Todos los cuerpos se atraen entre sí con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa"

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G m_1 m_2}{r^2}\widehat{u_r}$$

G es la constante de gravitación universal, independiente de todas las circunstancias o medio ambiente que rodee a los cuerpos que se atraen. Su valor es: $G = 6{,}67 \times 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2$.

El signo menos indica que la fuerza es atractiva entre las dos partículas y u_r es el vector unitario en la dirección que une ambas partículas.

Es necesario hacer dos puntualizaciones. En primer lugar, lo que entendemos por "distancia entre los cuerpos", r en la fórmula anterior, tenemos que entender que la distancia que los separa es muy grande comparada con las dimensiones de estos, pudiendo de esta forma considerarlos como partículas.

En segundo lugar, es de dónde sale la cuantificación de la fuerza.

Consideremos que, de forma aproximada, la órbita de un planeta es circular. Entonces la aceleración centrípeta es igual a v^2/R. Aplicamos la segunda ley de Newton.

$$F = m_P \frac{v^2}{R} = m_P \frac{4\Pi^2 R}{T^2}$$

Llamamos T al periodo de revolución del planeta alrededor del Sol. $T = 2\,\Pi R/V$.

Esta ecuación ha de ser válida para el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra. La distancia media entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna es aproximadamente $R_L/R_T=60$. EL periodo de revolución de la Luna es de 27,3 días.

$$a_L = \frac{4\pi^2 R_L}{T^2} = 2^1 72.10^{-3} m\ /\ s^2$$

Si comparamos este valor con el de la superficie terrestre encontramos que:

$$\frac{a_L}{g} = \frac{1}{3600} = \frac{1}{60^2} = \left(\frac{R_T}{R_L}\right)^2$$

Esta expresión la podemos interpretar como que la atracción de la Tierra sobre un objeto decrece con el cuadrado de la distancia entre el centro de la Tierra y el objeto. Entonces la fuerza que ejerce la Tierra sobre la Luna vendrá dada por

$$F = m_L a_L = \frac{m_L g R_T^2}{R_L^2}$$

La fuerza con la que la Tierra atrae a la Luna es inversamente proporcional a la distancia al cuadrado entre la Tierra y la Luna. Podemos suponer que también es válido para la fuerza de atracción entre el Sol y cada planeta. De esta manera, podemos escribir para la aceleración centrípeta:

$$a(R) = \frac{c}{R^2}$$

c es la constante característica de cada planeta. La fuerza de atracción entre el Sol y los planetas vendrá dada entonces por:

$$F = m_p \cdot a(R) = mp\frac{c}{R^2} = \frac{k}{R^2}$$

$$\frac{k}{R^2} = m_p\frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{4\Pi^2 R^3}{k}$$

El cuadrado del periodo de revolución de un planeta alrededor del Sol es proporcional al cubo de la distancia entre el Sol y el planeta.

Newton utilizó la tercera ley del movimiento para determinar la dependencia de la fuerza con la masa. En sus “Principia” escribió: “Y ya que la fuerza centrípeta sobre el cuerpo atraído, a igualdad de distancia, es proporcional a la materia de este cuerpo, también es razonable que sea proporcional a la materia del cuerpo que atrae”.

$$\vec{F}_{12} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\widehat{u_r}$$

3.2. Constante de la gravitación universal.

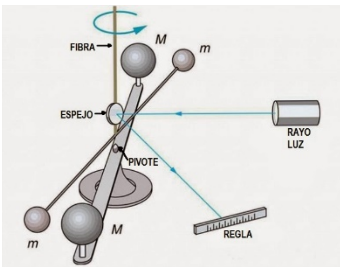
Para la obtención del valor de la constante de gravitación universal G se han realizado muchos experimentos. La primera determinación del valor de G con una precisión aceptable fue realizada por Henry Cavendish (1731-1810) en 1798, 71 años después de la muerte de Newton. Para ello utilizó un dispositivo que ahora conocemos con el nombre de balanza de torsión. Consta de dos esferas pequeñas de plomo de masa m' que se colocan en los extremos de una varilla ligera, la cual se suspende por su centro mediante un hilo muy fino.

Al colocar dos esferas grandes de masas m cerca de las pequeñas, y en posiciones opuestas, las fuerzas de atracción gravitatorias producen una torsión en el hilo. El ángulo que gira la varilla puede medirse fácilmente si colocamos un espejo sujeto a ella y hacemos incidir un haz de luz de manera que el rayo reflejado se proyecte sobre una regla. Se hace una segunda medida. En esta nueva situación, se determina de nuevo la posición de equilibrio de la varilla midiendo la posición del rayo reflejado en el espejo sobre la regla graduada. De esta manera se obtiene una medida precisa del ángulo θ que gira la varilla, que nos permite determinar el momento de torsión en el hilo, M= sθ, siendo s el módulo de cizalladura del hilo.

Por otra parte, el momento total de las fuerzas aplicadas al sistema es M=FL, siendo F la fuerza gravitatoria de atracción sobre cada esfera y L la longitud de la varilla. En equilibrio, esos dos momentos han de contrarrestarse, por lo que se tiene que:

$$F = \frac{s\theta}{L} = \frac{Gmm'}{r^2}$$

$$G = \frac{s\theta r^2}{mm'L}$$



Igualando las dos ecuaciones anteriores se obtiene una expresión para la constante de la gravitación universal en función de magnitudes fácilmente medibles en el experimento:

El valor de G obtenido por Cavendish fue de $6,754 \times 10^{-11}$ N•m^2 kg^{-2}. Un valor muy aproximado al aceptado en la actualidad $6,6726 \times 10^{-11}$ N•m^2·kg^{-2} y determinado por Luther y Towler (1982) con aparatos de medida mucho más sofisticados que los utilizados originariamente.

3.3. Masa inercial y masa gravitatoria.

La masa es una medida de la resistencia del cuerpo a cambiar su velocidad, y es por ello por lo que se denomina masa inercial.

Las masas son las responsables de la fuerza de atracción gravitatoria entre dos objetos. Por esto, a las masas que aparecen en la ley de la gravitación universal se les conoce como masas gravitatorias.

El término masa se utiliza para describir dos propiedades de la materia dos puntos la oposición al cambio de velocidad y la de atracción sobre otros cuerpos de su entorno.

Supongamos un cuerpo en la superficie terrestre que cae libremente, la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es la fuerza gravitatoria terrestre, aplicando la segunda ley de Newton

$$G\frac{m_G M_T}{R_T^2} = m_I a$$

$$a = \frac{G M_T}{R_T^2}\frac{m_G}{m_I}$$

M_T es la masa gravitatoria de la tierra. El factor $\frac{GM_T}{R_T^2}$ es independiente del objeto que estamos estudiando, puesto que experimentalmente se obtiene que el valor de la aceleración de caída es el mismo para todos los cuerpos se concluye que la relación entre la masa gravitatoria y la masa inercial debe ser independiente del objeto. La masa inercial y gravitatoria son proporcionales. Podemos elegir adecuadamente las unidades de manera que la constante proporcionalidad sea igual a la unidad, por ello la masa gravitatoria será igual la masa inercial.

Se ha demostrado que esté igualdad se cumple con una precisión de 10^{-11}. En física clásica esta igualdad parece que sea una coincidencia, en física moderna la identidad de las masas es la base del principio de equivalencia que es el fundamento de la teoría general de la relatividad de Einstein.

4- CAMPO GRAVITATORIO

El Campo de Fuerzas lo podemos considerar como una perturbación del espacio debido a la presencia de una magnitud activa, en este caso la masa. Dicha perturbación se manifiesta por la existencia de una gradación continua y progresiva de niveles de energía, variable desde la magnitud activa (máxima) hasta el infinito (nula). Así, la presencia de otra magnitud activa en un punto del campo, establece para ella un contenido de energía potencial que depende de las características del propio campo y de la posición ocupada por esta segunda magnitud activa.

El campo gravitatorio está creado por la masa de un cuerpo. Toda masa crea a su alrededor un Campo Gravitatorio que cumple la Ley de Newton de la Gravitación Universal. Así, la Tierra origina un campo que obliga a todas las masas a caer sobre ella mediante una fuerza gravitatoria que llamamos peso. La causa primaria de que un cuerpo con masa pueda ejercer fuerza gravitatoria sobre otras masas, es completamente desconocida, pero es un hecho experimental absolutamente demostrado.

4.1. Intensidad del campo gravitatorio.

Se define la intensidad del campo gravitatorio creado por una partícula de masa M en cualquier punto del espacio como la fuerza por unidad de masa colocada en dicho punto.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r}$$

Podemos asociar a cada punto del espacio alrededor de M un vector $\vec{g}(r)$ que es función de la posición. La fuerza ejercida sobre cualquier masa m colocada en dicha región viene dada por:

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

El campo gravitatorio tiene dimensiones de aceleración m/s^2. La aceleración de la gravedad es la intensidad del campo gravitatorio terrestre.

Una característica importante de la gravitación es que la interacción gravitatoria entre dos partículas es independiente de la presencia de otras partículas en sus inmediaciones. Si tenemos un conjunto de N partículas.

$$\vec{F} = \Sigma F_i = -\Sigma \frac{G_m M_i}{|\vec{r} - \vec{r_i}|^3} (\vec{r} - \vec{r_i})$$

En donde hemos tenido en cuenta que el ventor unitario en la dirección y sentido de la línea que une M_i y m es $(\vec{r} - \vec{r_i})/\vec{r} - \vec{r_i}$

Este resultado se conoce como principio de superposición para las fuerzas gravitatorias y establece que:

"Si tenemos un conjunto de partículas, la fuerza gravitatoria y describiendo cada una de ellas es igual a la suma de las fuerzas gravitatorias ejercidas por cada uno de las restantes partículas del sistema".

La intensidad del campo gravitatorio producido por el conjunto de partículas en un punto del espacio vendrá dada por:

$$\vec{g}(r) = \Sigma \overrightarrow{g_l}(\vec{r_i}) = -\Sigma \frac{GM_i}{|\vec{r} - \vec{r_i}|^3} (\vec{r} - \vec{r_i})$$

4.2 Energía potencial gravitatoria.

La fuerza de atracción gravitatoria entre dos partículas es una fuerza central y por tanto es una fuerza conservativa. Como a toda fuerza conservativa es posible asociarle una energía potencial gravitatoria $U(\vec{r})$, de manera que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para llevarla partículas de una posición inicial a otra posición final es igual a la diferencia energía potencial.

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(A) - U(B) = -GMm \int_A^B \frac{\hat{r}\, dr}{r^2}$$

Por ser $\hat{r}$ un vector unitario $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$ $\hat{r} \cdot d\hat{r} = 0$ $\hat{r} \cdot d\vec{r} = 1$

$$U(A) - U(B) = -GMm \int_A^B \frac{\hat{r}\, dr}{r^2} = -GMm \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Podemos definir la energía potencial gravitatoria de la partícula como $U(r) = -\frac{GMm}{r} + c$

c es una constante arbitraria qué depende del origen que se establezca para la energía potencial. Por lo general como se suele asignar una energía potencial nula en aquel punto en el que la fuerza que actúa sobre la partícula es nula. Es decir, como se suele decir como origen de energía potencial el infinito, de forma que $U(A) = \infty$. La elección de este origen supone que la constante c de la expresión anterior es igual a cero.

$$U(\vec{r}) = -\int_\infty^\Gamma \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\frac{GMm}{r}$$

Si la partícula se encuentra en el campo gravitatorio creado por un conjunto N de partículas de masa M_i, la energía potencial gravitatoria asociada a la partícula es:

$$U(\vec{r}) = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = -\Sigma \frac{GM_i m}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

La relación entre la fuerza gravitatoria y la energía potencial gravitatoria, como en cualquier campo conservativo, viene dada por la relación vectorial: $F = -\nabla U(r)$

Energía potencial de un sistema de partículas.

La energía potencial debe interpretarse como una energía ligada a la configuración de un sistema de dos o más partículas y cuando se produce un cambio en la energía potencial que es igual al trabajo realizado por las fuerzas gravitatorias cambiada de signo.

Potencial gravitatorio.

Definimos el potencial gravitatorio en un punto del espacio donde existe un campo gravitatorio como la energía potencial por unidad de masa colocada en dicho punto.

$$V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{m}$$

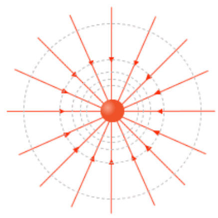
4.3 Representación gráfica del campo gravitatorio

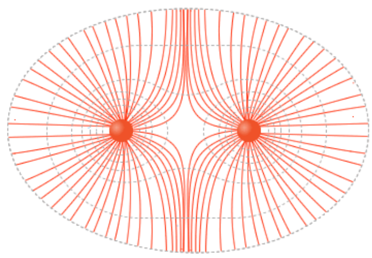
Un campo vectorial, como el gravitatorio, se puede representar gráficamente mediante líneas de fuerza, también denominadas líneas de campo. Estas líneas de fuerza se tratan de manera que sean tangentes en cada a la dirección del campo en dicho punto. Así, estas líneas nos proporcionan información sobre la dirección del campo gravitatorio en cada punto del espacio. Para para que las líneas de fuerza nos proporcionan también información sobre el módulo de la intensidad del campo se dibujan de manera que su densidad, el número de líneas por unidad de área, sea proporcional ha dicho módulo. los puntos en los que convergen las líneas de fuerza se les denomina sumideros, mientras que los puntos en donde surgen las líneas se le denominan manantiales.

Una propiedad importante de las líneas de fuerza es que no pueden cortarse en ningún punto del espacio en el que no exista masa, ya que esto supondría que en ese punto existieran dos valores del campo con dos direcciones diferentes, lo cual no tendría sentido alguno.

Un campo escalar, como el campo de potencial gravitatorio puede representarse gráficamente mediante las denominadas superficies de nivel o equipotenciales qué son lugares geométricos de los puntos del espacio en los que el campo toma el mismo valor.

Si un campo es conservativo entonces la intensidad del campo deriva de un potencial. la intensidad del campo es el gradiente de potencial cambiado de signo, entonces las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo. puesto que la energía potencial de una partícula de masa m es la misma en todos los puntos de una superficie equipotencial con el trabajo elemental realizado por el campo en un desplazamiento infinitesimal sobre una superficie equipotencial es 0. esto significa que la dirección de la fuerza es perpendicular al desplazamiento. como el desplazamiento es sobre una superficie equipotencial entonces la fuerza y el campo es perpendicular a dicha superficie.





5- APLICACIONES

5.1. Energía en el movimiento planetario y de satélites.

Consideremos un planeta en movimiento alrededor del Sol, o bien, un satélite en órbita alrededor de la Tierra. Si suponemos que la masa del cuerpo que orbita, m, es mucho más pequeña que la masa, M, del cuerpo central, (Sol o Tierra, según el caso), podremos considerar que M está en reposo en el centro de un sistema de referencia inercial y por ello la energía total E del sistema de los dos cuerpos cuando éstos se encuentran separados una distancia r, es la suma de la energía cinética de la masa m y la energía potencial del sistema, esto es:

$$E = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

La energía total E se conserva si se supone que el sistema está aislado. La energía total E puede ser positiva, negativa o nula, dependiendo del valor de la velocidad de la masa m en su movimiento orbital. Sin embargo, para un sistema ligado, como el de la Tierra y el Sol, E<0.

Se puede demostrar que E<0 para una masa m moviéndose en órbita circular alrededor de un cuerpo de masa M>>m. Aplicando las segunda Ley de Newton.

$F_c = m \cdot a_c$ $\quad$ -$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ $\quad$ $G\frac{Mm}{2r^2} = m\frac{v^2}{2r}$ $\quad$ $G\frac{Mm}{r} = \frac{1}{2}mv^2$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r} = GMm\left(\frac{1}{2} - 1\right) = -\frac{GMm}{2r}$$

La energía total debe ser negativa en el caso de órbitas circulares. La energía cinética es positiva e igual a la mitad de la energía potencial. En el caso de órbitas elípticas, también es E<0.

5.2. Velocidad de escape

La velocidad de escape se define como la velocidad mínima que debe tener un objeto en la superficie terrestre para escapar de la atracción del Campo Gravitatorio de la Tierra. Así, la velocidad de escape Ve para un objeto dado, de masa m, es:

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GM_Tm}{R_T} = 0$$

$$V_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

La velocidad de escape V_e es independiente de la masa del objeto proyectado desde la superficie terrestre, así un vehículo espacial tiene la misma velocidad de escape que una molécula. No obstante, la fuerza necesaria para producir la aceleración requerida para alcanzar dicha velocidad si depende de la masa del objeto.

Los valores de las velocidades de escape de un planeta o satélite son importantes en lo que se refiere al tipo de atmósfera que pueda tener. utilizar la expresión anterior y cambiando la masa y el radio de la Tierra por la masa y el radio de otros planetas podemos calcular la velocidad escape de dichos planetas.

5.3 Trayectorias

Las trayectorias posibles de un cuerpo sometido a atracciones gravitatorias son: circulares, elípticas, hiperbólicas y parabólicas.

a) Orbitas circulares. Un cuerpo de masa m tiene una trayectoria circular alrededor de otro de masa M, si la fuerza centrípeta equivale a la atracción newtonianas

$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{Mm}{r} \qquad v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

donde v_0 es la velocidad característica de una órbita circular.

b) Orbitas elípticas. Se caracterizan porque en ellas la energía total es negativa y de valor análogo a la anterior, sustituyendo el radio r de la órbita circular por el "semieje mayor" a de la elipse:

$$E = -\frac{GMm}{a} \qquad v_0 = \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

Si la energía cinética del cuerpo es muy pequeña respecto a la potencial, las órbitas elípticas son prácticamente circulares. Conforme la energía cinética aumenta, las órbitas elípticas aumentan su excentricidad. Al ser negativa la energía en las órbitas circulares y elípticas, no pueden realizarse a distancia infinita ya que entonces la energía sería sólo cinética (E_P=0) y ésta es positiva siempre.

c) Trayectorias hiperbólicas. Se caracterizan porque en ellas, la energía total es positiva, es decir, la energía cinética es superior a la energía potencial. En tales trayectorias, el cuerpo puede llegar teóricamente al infinito con cierta velocidad o proceder del infinito con una cierta velocidad previa.

   La trayectoria hiperbólica es una trayectoria abierta y es la que describiría un cometa capturado por el sistema solar procedente, con cierta velocidad de inicial, de las profundidades del universo, y que tras orbitar al Sol siguiendo una rama de hipérbola, se aleja infinitamente del Sol y desaparece en las profundidades del universo.

d) Trayectorias parabólicas. Se caracterizan porque en ellas, la energía total es nula, es decir la energía cinética es idéntica a la potencial:

   $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{r^2}$ $v_C = x = \sqrt{2G\frac{M}{r}}$

   por lo que la trayectoria que sigue un cuerpo que abandona el campo gravitatorio terrestre es necesariamente parabólica o hiperbólica y al separarse del campo (llegar al infinito) su velocidad será nula (parabólica) o positiva (hiperbólica).

6- IMPORTANCIA DE LA UNIFICACIÓN DE LA GRAVITACIÓN TERRESTRE Y CELESTE.

La gran aportación de Isaac Newton a la física fue la unificación de la mecánica terrestre y la mecánica celeste. Newton produjo la primera síntesis en las teorías que describen la naturaleza: la fuerza que hacen caer las cosas sobre la superficie terrestre, la gravedad, es también responsable del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra y del movimiento de ésta y de los demás planetas alrededor del Sol.

Desde el punto de vista científico la importancia de la teoría de Newton en cuanto al modelo dinámico del sistema solar ha quedado suficientemente clara en las secciones anteriores. Pero probablemente tan importante como sus consecuencias científicas y técnicas fue su repercusión en la concepción del mundo. Los éxitos de la teoría de Newton dieron paso a una visión mecanicista del mundo en la que se consideraba que todos los fenómenos podrían tener una interpretación mecánica. Según esta interpretación, las leyes de la mecánica podrían predecir el futuro el universo conociendo las posiciones, las velocidades y las aceleraciones de las partículas en un instante dado; el universo se comportaría como una máquina perfecta. En esta teoría del universo cada vez tenía menos cabida la idea del libre albedrío y en definitiva de Dios y conducía directamente al ateísmo. Leyenda o realidad, se cuenta que cuando Napoleón leyó la Mecánica celeste de Laplace le dijo a su autor que no había encontrado ninguna referencia a Dios. La respuesta de Laplace fue: "Señor, no he tenido la necesidad de dicha hipótesis".

En la actualidad sabemos que la teoría newtoniana tiene un rango de validez determinado. Para velocidades altas comparables con la velocidad de la luz, es necesario utilizar la teoría especial de la relatividad. Para la descripción del mundo microscópico es necesario introducir una serie de conceptos nuevos que nos llevan a una concepción completamente nueva de la mecánica: la mecánica cuántica. Por otra parte, aunque la teoría de Newton explica razonablemente bien el movimiento de los cuerpos celeste, las discrepancias observadas en algunos fenómenos, como la precesión del perihelio de mercurio, sólo son explicables mediante la teoría general de la relatividad. No obstante, esto no implica que la teoría de Newton sea una teoría errónea o equivocada, es una teoría perfectamente buena pero con un rango concreto de aplicabilidad.

7- BIBLIOGRAFÍA

- López Rupérez, F. y otros: Física (Energía, COU). Ed. SM, Madrid, 1992
- Gettys, W.E., Keller, F.J. y Skove, M.J.: Física clásica y moderna. McGraw-Hill, Madrid, 1991
- Giancoli, D.C.: Física General. Prentice Hall, México, 1988
- Holliday, D. y Resnick, R.: Física. CECSA, México, 1983
- Tipler, P.A.: Física. Editorial Reverté. Barcelona, 1992