

TEMA 5º

EVOLUCION HISTORICA DE LA RELACION FUERZA-MOVIMIENTO.
DINAMICA DE LA PARTICULA. LEYES DE NEWTON. PRINCIPIO
DE CONSERVACION DEL MOMENTO LINEAL. APLICACIONES.

1. INTRODUCCION HISTORICA.
2. DINAMICA DE LA PARTICULA
 - Dinámica Newtoniana y sus limitaciones
 - Sistemas de Referencia
3. LEYES DE NEWTON.
 - Principios de Newton
 - Fuerzas de Inercia : Equilibrio Dinámico
 - Fuerzas de Rozamiento
4. IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO. PRINCIPIO DE CONSERVACION : APLICACIONES
 - Impulso y cantidad de movimiento
 - Principio de conservación de la cantidad de movimiento
 - Aplicaciones : Colisiones y propulsión a chorro
5. CONCLUSION PERSONAL Y RELACION CON EL CURRÍCULO
6. BIBLIOGRAFIA.

1. INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

Para desarrollar este punto voy hacer una distinción entre las ideas que se tenían antes de Newton y después de él.

Antes de Newton

El movimiento es el fenómeno físico más cercano al hombre, por ello el conocimiento de la física de las fuerzas y el movimiento es antiquísimo, ya los egipcios utilizaban palancas, poleas, etc, para sus necesidades diarias.

- * **Siglo III A.C:** Las primeras ideas fueron propuestas por Aristóteles, suponía la existencia de dos mundos, el celeste compuesto por éter e invariable y el terrestre, sujetos a cambios en el que se dan los movimientos naturales y violentos. Según él, los movimientos bruscos requieren un motor y la velocidad depende de dicho motor y de la resistencia al movimiento y además, todo cuerpo tendía al reposo de forma natural. Estas ideas aristotélicas fueron aceptadas con ciertas variaciones para describir el comportamiento cualitativo del movimiento hasta el siglo XIV.
- * **Siglo XIV:** Los calculadores de Oxford, procedieron a la formalización matemática de la Mecánica, describieron perfectamente el MRU y MRUA.
- * **Siglo XVI:** Domingo de Soto, describió matemáticamente el problema de la gravedad, identificando el MRUA como el mov. de caída de los cuerpos, y cuya aceleración era la misma para todos los cuerpos, pero sin entender la causa que lo produce.
- * **Siglo XVII:** Los siguientes pasos en el estudio del movimiento fueron debido a:

Galileo Galilei: Presenta los conceptos de sistema de Referencia, velocidad, aceleración y leyes de caída de los cuerpos, desarrolla el principio de independencia de movimientos. Realizó experimentos con planos inclinados, desarrolló el principio de inercia y estudió el mov. parabólico y descomposición en dos movimientos independientes (uno horizontal y otro vertical). Sin embargo, no supo llegar a relacionar los movimientos con las fuerzas que lo producen.

Leibniz: Introdujo el concepto de fuerza viva equivalente a ^{manuscript} energía cinética.

Huygens: Encontró la ley del péndulo y midió la aceleración de la gravedad con precisión.

Kepler: Basándose en el sistema heliocéntrico de Copérnico (s. XV), y utilizando los datos recopilados de Tycho Brahe (s. XVI), consiguió describir el movimiento de los planetas mediante sus conocidas leyes. En cualquier caso, Kepler intuyó que debía de existir alguna influencia procedente del Sol, sin embargo no consiguió precisar el tipo de fuerza.

Hooke: Consideró que las órbitas de los planetas eran debidas a un tipo de fuerza atractiva procedente del Sol que hacía desviar la trayectoria rectilínea y que sospechó que sería inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. También formuló la ley de la elasticidad que lleva su nombre (Ley de Hooke).

A partir de Newton

Newton publica su libro "Principios matemáticos de la filosofía natural", dedicados al movimiento de los cuerpos, al movimiento en medios resistentes y al sistema del mundo.

Los fundamentos de la mecánica se presentan en el libro primero con definiciones y axiomas de gran claridad. Se define la masa, los movimientos, las fuerzas y se introduce el concepto de cantidad de movimiento. Una vez realizadas las definiciones, se enuncian sus tres leyes:

1. Todo cuerpo permanece en estado de reposo o MRU, a menos que se le aplique una fuerza exterior que le obligue a cambiar de estado.
2. La variación de la cantidad de movimiento es proporcional a la fuerza aplicada y ocurre en la dirección en que se aplica dicha fuerza. ($\vec{F} = d\vec{p}/dt$)
3. Siempre que dos cuerpos interactúan, la fuerza que ejerce el 1º sobre el 2º es igual y de sentido contrario a la que ejerce el 2º sobre el 1º. ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$).

La 1ª ley ya fue enunciada por Galileo, la 2ª fue implícitamente utilizada por Huygens y la 3ª es la única totalmente original de Newton.

El 3º libro está dedicado al movimiento de los planetas, el mérito de Newton estuvo en comprender que el movimiento de los planetas estaba regido por fuerzas gravitacionales de la misma naturaleza que las que rigen la caída de los cuerpos.

El mov. de los planetas ya había sido estudiado por Kepler y Hooke, pero fue Newton quien estableció una relación entre el movimiento y la causa que lo produce, enunciando su famosa ley de la gravitación universal.

En el siglo XVIII, se descubre el cálculo infinitesimal:

Euler: Fue el 1º en aplicar el cálculo infinitesimal y utilizó coordenadas cartesianas para describir la posición instantánea de un punto móvil.

Lagrange: Su idea fue formular ecuaciones diferenciales que rigen el movimiento de cualquier sistema mecánico a partir de la energía.

- Permite obtener las ecuaciones del mov. independientemente de las coordenadas utilizadas.
- Permite el tratamiento de mov. provocados por fuerzas no conservativas.
- Es aplicable a medios continuos.

En el siglo XIX, se introduce la notación vectorial, que asigna a las ^{manus} magnitudes una dirección y sentido.

2. DINAMICA DE LA PARTICULA

Recibe el nombre de Dinámica a la parte de la Mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos en relación con las causas que lo originan. Los planteamientos dinámicos han de conectar fuerzas y movimientos, o lo que es lo mismo, causas y efectos. Estas relaciones constituyen las leyes o principios de la Dinámica. Sin embargo, junto con los principios que rigen unos conceptos que son la base de los principios o leyes de la Dinámica: espacio, tiempo, movimiento, fuerza, sist. de referencia, etc.

- Dinámica Newtoniana y sus limitaciones

Movimiento: La noción de movimiento está ligada al cambio temporal de posición respecto de algo que consideramos fijo y tomamos como referencia. En este capítulo solamente nos referiremos exclusivamente al movimiento de traslación y para su estudio introduciremos el concepto de punto material, que se define como un ente abstracto dotado de masa y sin dimensiones, es decir, un punto geométrico con masa, y por tanto, en él los movimientos de rotación carecen de sentido y solo cabe considerarlo animado de movimiento de traslación. En este tema, cuando hablemos de un cuerpo de masa m , nos referiremos a un punto material de masa m . ^{manuel}

Espacio: El espacio que admite la física clásica se corresponde con la concepción Newtoniana de espacio absoluto, independiente de los objetos físicos, el cual permanece siempre "similar e inmóvil", y que su aspecto geométrico puede describirse como un espacio euclideo tridimensional.

Tiempo: La física clásica también postula el carácter absoluto del tiempo, esto implica que el tiempo es único, es decir, dado dos observadores independientemente de cual sea su estado cinético relativo, un acontecimiento dado resulta simultáneo para ambos y la duración la misma para ambos.

Fuerza: Las fuerzas son causas de movimiento (efectos dinámicos) y deformaciones (efectos estáticos), por tanto, podemos definir fuerza como la causa capaz de producir o modificar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo o de originar una deformación en

Cantidad de Movimiento: ¿Es lo mismo el estado de movimiento de una hormiga que el de un elefante? Cineticamente los dos movimientos son indistinguibles, pero hay algo que los diferencia con claridad; la diferente resistencia a modificar su estado de reposo o de MRU, a esta resistencia se denomina inercia, y su valor cuantificable es la masa, por tanto, no basta con la velocidad para caracterizar el estado de movimiento de una partícula, por lo que se debe de definir una nueva magnitud denominada cantidad de movimiento ($\vec{p} = m \cdot \vec{v}$)

Limitaciones de la Física clásica: Las leyes de Newton no parecen cumplirse en fenómenos desarrollados en partículas pequeñísimas, como es el caso de las partículas subatómicas, las modernas teorías de la Física, han obligado a una revisión de las ideas Newtonianas, limitando su validación a estas circunstancias

- La masa de las partículas ha de ser suficientemente grande por lo que la aplicación de la Física clásica será aproximada en el mundo subatómico.
- Los intervalos de tiempo que se consideren también han de ser grandes, con posibilidad de ser medidos con los instrumentos habituales.
- La velocidad de las partículas ha de ser pequeña comparada con la velocidad de la luz ($m = m_0 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$)
- El espacio cumple las leyes geométricas de Euclides y además, es isotrópico, es decir, sus propiedades físicas son las mismas en todas las direcciones

Sistemas de Referencia

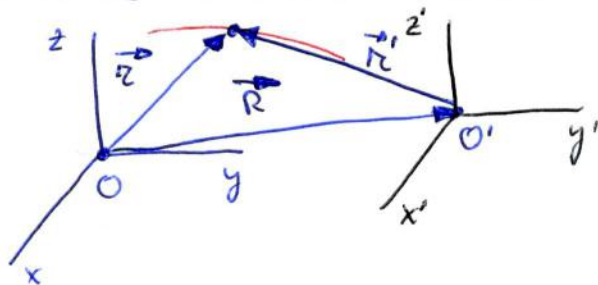
Mecánicamente es imposible determinar si dos cuerpos que se mueven uno respecto al otro, cual de los dos está en reposo y cual en movimiento rectilíneo uniforme. La afirmación anterior constituye el principio de la relatividad de Galileo.

Es decir, las leyes de la mecánica se cumplen de un modo idéntico para un observador en reposo que para otro que se encuentre animado con respecto al 1º con un MRU. Es decir, dos estados, mecánicamente hablando, son indistinguibles, aunque después, Einstein pudo generalizar el principio de la relatividad, estableciendo para todas las leyes físicas lo que Galileo afirmó para las leyes mecánicas.

Ambos observadores (MRU y en reposo), son observadores inerciales y a los sistemas a ellos ligados, ^{manejal} ~~sistemas~~ ~~inerciales~~. A los sistemas donde no se cumple esto, se denominan sistemas no inerciales.

x Sistemas inerciales

Vamos a demostrar lo anterior de forma matemática



$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r}' + \vec{R} \\ \frac{d}{dt} \vec{r} &= \frac{d}{dt} \vec{r}' + \frac{d\vec{R}}{dt} \\ \vec{v} &= \vec{v}' + \vec{v}_{O'O} \quad \xrightarrow{d/dt} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{v}_{O'O}}{dt} \end{aligned}$$

0, ya que $\vec{v}_{O'O} = 0$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}'} \quad \text{c.q.d.}$$

* Sistemas no inerciales

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{v}_{00'}}{dt}$$

$\neq 0$, ya que $\vec{v}_{00'}$ no es de ni cero.

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{00'}}$$

La aceleración de la partícula de masa m respecto al sistema O , no es la misma que respecto al sistema O' , ya que éste está acelerado respecto a O .

3. LEYES DE NEWTON.

Newton fue quien, sobre la base de las considerables aportaciones previas de Galileo en relación con el estudio de los movimientos de caída y basado en una base experimental sólida generalizó las conclusiones estableciendo los tres célebres principios o leyes que sirven de fundamentos a la dinámica como teoría física.

- Principios de Newton.

Primer principio: Principio de Inercia: La relación que existe entre la fuerza que se aplica a un cuerpo y la aceleración que éste adquiere es un coeficiente característico del cuerpo, que recibe el nombre de masa inercial.

Salvo errores experimentales, la experiencia confirma que si a un cuerpo le aplicamos sucesivamente las fuerzas $f_1, f_2, f_3, \dots$, adquirirá aceleraciones $a_1, a_2, a_3, \dots$, de tal modo que se cumple:

$$\frac{f_1}{a_1} = \frac{f_2}{a_2} = \frac{f_3}{a_3} = \dots = \text{cte} = \text{masa}$$

También podemos enunciarlo así: "Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza neta, mantendrá el estado de reposo o de MRU en el que se encuentre respecto a un sistema inercial."

Segundo principio: Ec. fundamental de la Dinámica: Este principio constituye la formulación operacional y precisa de ese hecho experimentalmente observado que conecta la fuerza como causa con la aceleración como efecto. Puede enunciarse así: "Cuando una fuerza o un conjunto de fuerzas actúan sobre un cuerpo, se origina en este una aceleración que es proporcional en magnitud, dirección y sentido a la fuerza neta o fuerza resultante"

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

La constante de proporcionalidad, m , es precisamente la masa inercial, es pues característica de cada cuerpo, que depende de su composición material y que representa el grado de oposición que un cuerpo presenta al ser acelerado.

La expresión cuantitativa real que obtuvo Newton, no fue la descrita anteriormente, ésta fue introducida por Euler, sin que fue la siguiente:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

→ Cuando sobre un cuerpo actúa simultáneamente un conjunto de fuerzas, éstas hacen variar su cantidad de movimiento

El primer principio constituye un caso particular de este:

$$\text{Si } \sum \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{a} = 0 \rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \left\{ \begin{array}{l} \vec{v} = \text{cte} \text{ (MRU)} \\ \vec{v} = 0 \text{ (parado)} \end{array} \right.$$

Como la fuerza tiene caracter vectorial, podemos expresarla de diferente manera:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{k} \right) = m \left(\frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} \right) \\ &= m (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \end{aligned}$$

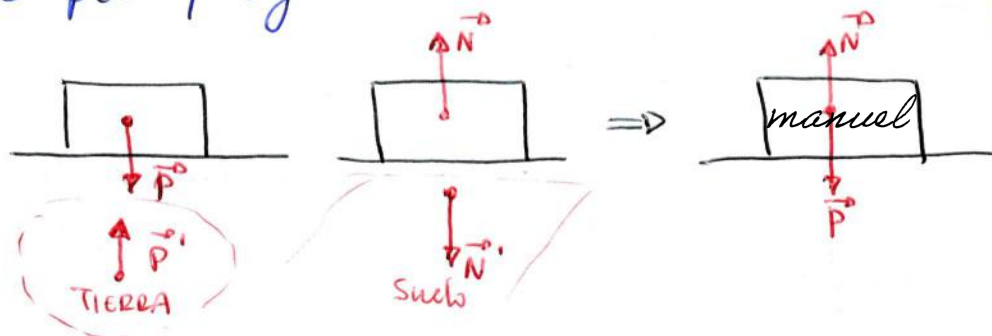
Las unidades en el S.I y la ecuación de dimensiones es:

$$|F| = \text{Kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N. (Newton)} ; [F] = \text{MLT}^{-2}$$

Un Newton se define como la intensidad de la fuerza necesaria para comunicar a la unidad de masa la aceleración unidad.

Tercer principio: Principio de acción y reacción:

Se enuncia así: "A toda acción se le opone una reacción igual y contraria". Este principio equivale a afirmar que las fuerzas, cualquiera que sea su naturaleza, nunca se dan solas, sino siempre por parejas.



Son iguales, de sentido contrario pero aplicadas al mismo cuerpo, no cumple la 3ª ley.

Hay que tener en cuenta que estas fuerzas (de acción y reacción) se aplican sobre cuerpos diferentes, por lo que si estos son libres generan movimientos diferentes sobre cada uno de los cuerpos interactuantes, veamos un ejemplo:

La caída de los cuerpos también cumplen la ley de acción-reacción, cuando una manzana cae al suelo es porque la atrae la Tierra, pero además, la Tierra es atraída por la manzana con la misma fuerza, misma dirección pero de sentido contrario. Hablando estrictamente, la manzana cae a la Tierra y la Tierra a la manzana, pero las velocidades con que caen una sobre otra son diferentes. La fuerza de atracción siendo iguales, comunican a la manzana una aceleración de 9.8 m/s^2 , mientras que la que le comunica a la Tierra es tantas veces menor como la masa de esta última es mayor que la de la manzana, y por tanto, la aceleración que adquiere la Tierra es insignificante, considerándose cero.

$$F_{T,m} = F_{m,T} ; m \cdot g = M \cdot g' ; g' = \frac{m}{M} g$$

$$\text{y como } M \gg m \rightarrow g' \ll g$$

Esta ley puede expresarse matemáticamente de la forma siguiente:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

* A los principios Newtonianos hay que añadir el principio de ^{manipul}superposición de fuerzas o principio de independencia de las fuerzas que dice así:

"La acción de varias fuerzas actuando simultáneamente sobre un mismo cuerpo producirá un efecto idéntico a la suma vectorial de los efectos que produciría cada una de ellas supuestas actuando independientemente"

Ya Galileo enunció este principio sin tener en cuenta la causa que produce dichos movimientos, es decir, enunció el principio de independencia de movimientos, sin saber que esos movimientos lo producen fuerzas.

- Fuerzas de Inercia : Equilibrio dinámico

Se llaman fuerzas de Inercia o ficticias, a las fuerzas que explican la aceleración aparente de un cuerpo visto desde un sistema de referencia no inercial.

Cuando una persona de masa m está situada en el interior de un vehículo, en el momento en que este arranca nota una fuerza $\vec{f}$, dirigida en sentido contrario al del movimiento de aquel y de valor $f = -m\vec{a}$, siendo $\vec{a}$ la aceleración del vehículo.

Estas fuerzas que se ponen de manifiesto en las partes móviles de un sistema, siempre que exista una aceleración, es decir, aparezca, desaparezca o se modifique una velocidad en él, reciben el nombre de fuerzas de inercia. De ello se deduce que la suma algebraica total de las fuerzas que actúan sobre un sistema, si tenemos en cuenta las de inercia, es nula. En este caso decimos, por analogía con el concepto de equilibrio estático ^{manuel} que el sistema se encuentra en equilibrio dinámico.

Todo lo dicho viene expresado por el principio de D'Alembert que se enuncia diciendo: "Constantemente existe un equilibrio entre las fuerzas de inercia y las fuerzas directamente aplicadas". Su expresión matemática es:

$$\sum (\vec{f}_i + m_i \vec{a}_i) = 0$$

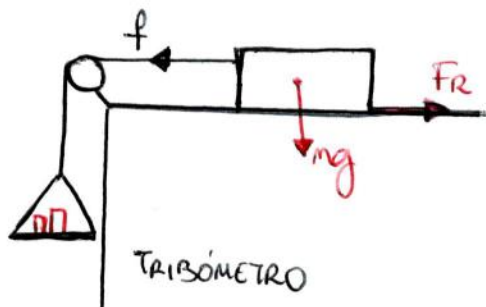
$\vec{f}_i \rightarrow$ T. de inercia

$m_i \vec{a}_i \rightarrow$ Las masas y aceleraciones correspondientes a las partes del sistema, fuerza real

Hay que decir que estas fuerzas de inercia son fuerzas virtuales o llamadas también fuerzas ficticias, en oposición a las fuerzas de reacción que son reales. Estas fuerzas son pues aparentes y podremos componerlas con otras reales, siempre que las referamos a los ejes del sistema en movimiento, pero no a los ejes fijos exteriores del sistema, es decir, referidas a sist. de Referencia no inerciales.

Fuerza de Rozamiento

El rozamiento es una interacción entre dos objetos en contacto se traduce en una fuerza que dificulta el movimiento de uno de ellos sobre el otro. Veamos lo siguiente:



$f = F_R \rightarrow$ Bastará un impulso cualquiera en la dirección de f para que se mueva

$f > F_R \rightarrow$ El cuerpo se moverá con MRUA

$f < F_R \rightarrow$ El cuerpo permanece en reposo

Quiere decir que para que se deslice el cuerpo se requiere una fuerza tangencial f , esto nos indica que existen fuerzas tangenciales

en el contacto de dos cuerpos cualesquiera, pues de otro modo no se explica la resistencia que opone el cuerpo a su deslizamiento. A estas fuerzas tangenciales se les denominan fuerzas de rozamiento y su estudio es puramente empírico. Se comprobaba experimentalmente que la f. de rozamiento es proporcional a la componente normal del peso. (perpendicular al plano de deslizamiento)

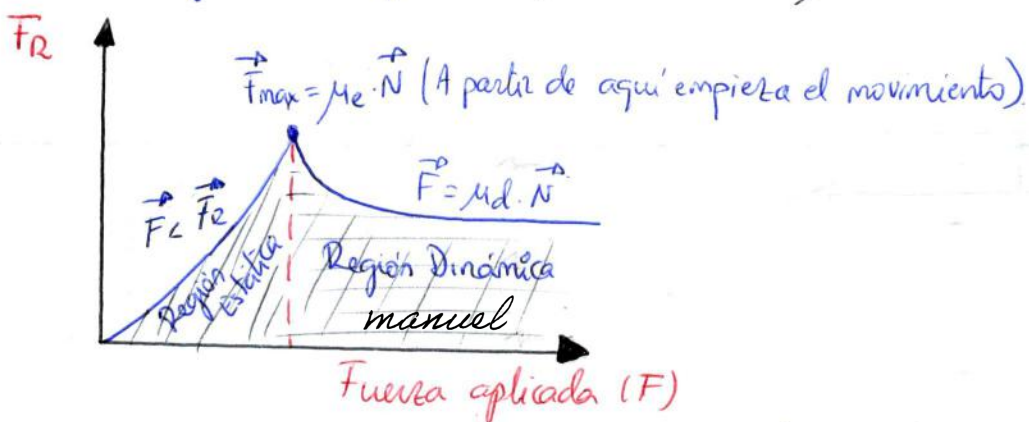
$$F_R = \mu \cdot N$$

μ = coeficiente de rozamiento, ^{manuel} característico de la superficie en contacto e independiente del área de las mismas.

Podemos distinguir diferentes coeficientes de rozamiento

- Coeficiente de rozamiento estático (μ_e) = El coeficiente o factor de proporcionalidad responsable del esfuerzo que se debe realizar para iniciar un movimiento
- Coeficiente de rozamiento dinámico (μ_d) = Es la oposición que ofrece la superficie cuando el cuerpo ya está en movimiento

Se comprobaba que : $\mu_{\text{estático}} > \mu_{\text{dinámico}}$

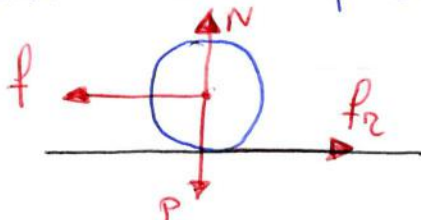


Podríamos decir que cuesta más trabajo iniciar el movimiento que mantenerlo.

- Coeficiente de rozamiento por rodadura (ρ) $\equiv$ Es el cociente entre el momento $\vec{M}$ del par de fuerzas mínima para iniciar el avance y la fuerza N normal al plano.

$$\rho = \frac{|M|}{|N|} \rightarrow \frac{F \cdot d}{F} = d \text{ metros}$$

Cuando un cuerpo tiene una forma tal que no se desliza, sino que gira o rueda, entonces el contacto con la superficie solo tiene lugar en un punto o una línea y el rozamiento se produce por una deformación de la superficie. Este tipo de rozamiento recibe el nombre especial de rodadura.



Como se ve en la figura, la fuerza aplicada f y la f_r , forma un par, cuyo momento ($\vec{M}$) depende del pto de aplicación de f .

Los fenómenos de fricción entre dos cuerpos pueden resumirse en las siguientes leyes experimentales:

- El $\mu_{\text{estático}} > \mu_{\text{dinámico}}$, lo que equivale a decir que en el arranque, las fuerzas de rozamiento son más intensas que cuando el cuerpo está deslizando.



Superficie de contacto, $\mu_{\text{est}} > \mu_{\text{din}}$ debido a que las crestas se incrustan en el valle.

- El coeficiente de rozamiento es independiente del área de la superficie de los cuerpos en contacto, depende exclusivamente del peso del cuerpo deslizante

$$\begin{array}{c} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \\ \hline \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \end{array} \begin{array}{l} \mu \\ \mu' \end{array} > \mu = \mu'$$

- Las fuerzas de rozamiento dependen del estado de pulimento de las superficies
- El valor del coeficiente de rozamiento viene dado por el cociente entre la fuerza de rozamiento y la fuerza normal al plano sobre el que se desliza el cuerpo.
- La fuerza de rozamiento es independiente de la velocidad ^{manuel} relativa entre ambas superficies

4. IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO: PRINCIPIO DE CONSERVACION: APLICACIONES

- Impulso y Cantidad de movimiento

¿Porqué los jugadores de fútbol echan los brazos hacia atrás al sacar de banda? Al hacer ese movimiento, los futbolistas no aumentan cuantitativamente su fuerza muscular pero sí el tiempo de contacto entre sus manos y el balón.

Cuanto mayor es el tiempo que está actuando una fuerza sobre un cuerpo, tanto mayor es la velocidad adquirida por aquel, es decir, que la variación de velocidad de un móvil depende tanto de la fuerza como del tiempo que actúa. Por ello se introduce en Física una magnitud llamada impulso mecánico (I), que viene dado por el producto de la fuerza por el tiempo de acción.

Dado que durante el impulso la fuerza puede ser variable, consideraremos 1º la acción sobre el móvil de un impulso elemental.

$$\boxed{d\vec{I}_{\text{manuel}} = \vec{F} dt}$$

Y suponiendo que ese tiempo infinitesimal (dt), la fuerza no varíe

$$\vec{F} \cdot dt = m \cdot \vec{a} dt = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} dt = m \cdot d\vec{v}$$

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \text{ (cant. de mov.)}$$

La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial de la misma dirección y sentido que la velocidad, pero que nos ofrece una mayor información que la velocidad.

Si consideramos un tiempo finito:

$$\left[\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \right]$$

O sea, que cuando un móvil cambia de velocidad, la variación de su cantidad de movimiento es igual al impulso total de las fuerzas que han actuado sobre él durante ese tiempo.

Una misma velocidad se obtendrá tanto en un tiempo pequeño mediante una fuerza muy intensa, como con una pequeña fuerza actuando durante largo tiempo.

Su ecuación de dimensiones y unidades en el SI son

$$[I] = N \cdot s = \text{Kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot s = \text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-1}$$

Principio de Conservación de la Cantidad de movimiento

Sea un sistema de puntos materiales, aislado de toda acción exterior, es decir, sobre el que no se ejerce fuerza exterior alguna, se cumplirá que:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \rightarrow \left[\vec{P} = \text{cte} \quad \text{o} \quad \Delta \vec{P} = 0 \right]$$

O sea, que la cantidad de movimiento de la partícula o de ese conjunto de partículas permanece cte o su variación es cero, cuando el $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0$. Al considerar ese conjunto de partículas sin dimensiones, las únicas fuerzas que vamos a considerar serán únicamente las exteriores.

Aplicaciones: Colisiones y propulsión a chorro

COLISIONES

Una colisión es una interacción entre dos o más objetos que tiene lugar en un intervalo corto de tiempo y en una región delimitada del espacio. Solo se considerará el instante del choque donde se supondrá que $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0$ (solo existen fuerzas interiores pero se anulan dos a dos, ya que cumplen la 3ª ley de N.), y por tanto, la cantidad de mov. del sistema se conservará.

Para resolver el problema de las colisiones necesitamos hacer uso tanto de la conservación de la cantidad de movimiento como de la conservación de la energía, pero como la energía puede adoptar muchas formas, en general, su consideración no es de gran ayuda, solamente será útil en el caso de las llamadas colisiones elásticas, donde se conserva la E. cinética, y cuando no se conserva, las colisiones son inelásticas.

* Colisiones elásticas:

- Ppio conserv. cant. de mov:

$$\Delta p = 0 ; p = p'$$

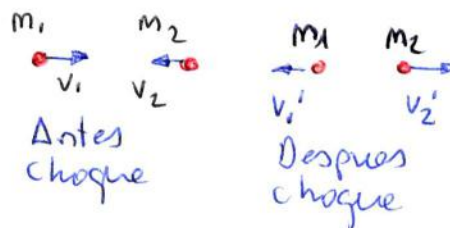
$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

- Ppio conservación E_c

$$\Delta E_c = 0 ; E_c = E'_c$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$$



Escribimos las ecuaciones de la forma siguiente:

$$m_1 (v_1 - v'_1) = m_2 (v'_2 - v_2)$$

$$m_1 (v_1^2 - v'^2_1) = m_2 (v'^2_2 - v_2^2)$$

$$\frac{v_1 - v'_1}{v_1^2 - v'^2_1} = \frac{v'_2 - v_2}{v'^2_2 - v_2^2} \xrightarrow[\text{desarrollamos}]{\text{invertimos y}} \frac{(v_1 + v'_1)(v_1 - v'_1)}{(v_1 - v'_1)} = \frac{(v'_2 + v_2)(v'_2 - v_2)}{(v'_2 - v_2)}$$

$$v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2 \rightarrow \boxed{v_1 - v_2 = v'_2 - v'_1} (*)$$

Y si lo expresamos de la siguiente forma:

$$v_1 - v_2 = -[v'_1 - v'_2] \rightarrow \boxed{v_{12} = -v'_{12}}$$

Esta relación demuestra que después de la colisión se invierten las velocidades relativas pero se conserva su módulo.

→ Despejamos de esta ecuación (*), v'_1 y v'_2 y sustituimos en la ecuación de la conservación del momento lineal.

$$v'_1 = v'_2 + v_2 - v_1 \quad \text{y} \quad v'_2 = v'_1 + v_1 - v_2$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 (v'_1 + v_1 - v_2)$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 (v'_2 + v_2 - v_1) + m_2 (v'_1 + v_1 - v_2)$$

→ Despejamos v'_1 y v'_2

$$\left[\begin{aligned} v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 & v_2' &= \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{aligned} \right]$$

Con estas dos ecuaciones podemos calcular la velocidad de los cuerpos después del choque.

1º Caso: $m_1 = m_2$

a) Si $v_2 = 0$

$$v_1' = v_1 \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 0 ; \quad \boxed{v_1' = 0}$$

$$v_2' = v_1 \cdot \frac{2m_1}{m_1 + m_2} = v_1 ; \quad \boxed{v_2' = v_1}$$

b) Si $v_2 \neq 0$

Utilizamos las siguientes expresiones:

$$(*) \quad v_1 - v_2 = v_2' - v_1'$$

$$(*) \quad \cancel{m_1} v_1 + \cancel{m_2} v_2 = \cancel{m_1} v_1' + \cancel{m_2} v_2' \quad (m_1 = m_2) \rightarrow v_1 + v_2 = v_1' + v_2'$$

Sumamos ambas expresiones

$$v_1 + v_2 = v_1' + v_2'$$

$$v_1 - v_2 = v_2' - v_1'$$

$$2v_1 = 2v_2'$$

$$\boxed{v_2' = v_1}$$

y Restamos ambas expresiones

$$v_1 + v_2 = v_1' + v_2'$$

$$(-) \quad v_1 - v_2 = v_2' - v_1'$$

$$2v_2 = 2v_1'$$

$$\boxed{v_1' = v_2}$$

Se intercambian las velocidades si las masas son iguales.

2º Caso: $m_1 \neq m_2$

a) Si ^{manuel} $m_1 \gg m_2$ y $v_2 = 0$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow m_1 \gg m_2 ; \quad \boxed{v_1' = v_1}$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow m_1 \gg m_2 ; \quad \boxed{v_2' = 2v_1}$$

La velocidad del objeto de gran masa, prácticamente no cambia después del choque, mientras que el objeto pequeño sale despedido tras la colisión con una velocidad doble que la del objeto de gran masa.

b) $m_1 \ll m_2$ y $v_2 = 0$

$$\boxed{v_1' = -v_1} \quad \boxed{v_2' = 0}$$

El objeto grande permanece quieto y el pequeño sale rebotado con la misma velocidad que la del choque.

* Colisiones inelásticas:

Si una colisión no es elástica, normalmente no es fácil calcular las velocidades finales en función de las iniciales, la cantidad de energía perdida depende del grado de inelasticidad de la colisión. Para ello se define el coeficiente de restitución:

Coef. de Restitución:
$$E = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2} \Rightarrow \text{Mide el grado de elasticidad del choque.}$$

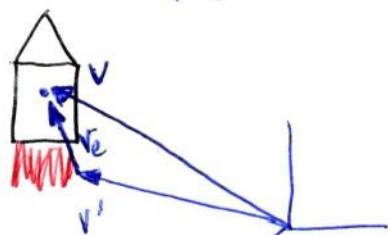
- Si $E = 0 \Rightarrow v_2' = v_1' \Rightarrow$ Choque perfectamente inelástica.
- Si $E = 1 \Rightarrow v_1 - v_2 = v_2' - v_1' \Rightarrow$ Choque elástico
- Si $0 < E < 1 \Rightarrow$ Choque inelástico

PROPULSION A CHORRO

Este problema es diferente a los demás, debido a que mientras que el cohete es acelerado, lanza hacia atrás parte de su masa, por tanto, la masa del cohete no es constante.

Vamos a considerar un sistema cerrado, formado por el cohete y los gases, de tal forma que no existan fuerzas

exteriores sobre el sistema, conservandose la cantidad de movimiento, para ello vamos a definir lo siguiente:



$$v' + v_e = v$$

$$v' = v - v_e$$

$v \equiv$ Velocidad del cohete respecto del sistema inercial, que será la Tierra.

$v' \equiv$ velocidad de salida de los gases respecto de la Tierra.

$v_e \equiv$ Velocidad de escape de los gases respecto del cohete.

$m \equiv$ Masa del cohete incluido el combustible.

Vamos a suponer que en un tiempo t , el proyectil tiene una velocidad v , y por tanto, una cantidad de movimiento.

$$p = m \cdot v \quad \xrightarrow[\text{tiempo } t]{\text{Después de un}}$$

- la masa del cohete será: $m - \Delta m$ ↳ Combustible quemado
- la velocidad del cohete será: $v + \Delta v$
- la masa de gases expulsada: Δm
- la velocidad de este gas respecto a la Tierra: $v' = v - v_e$

En un tiempo $t + dt$, la masa del sistema experimenta un cambio pequeño (dm) y también la velocidad del cohete cambia en dv , entonces:

$$p' = \underbrace{(m - dm) \cdot (v + dv)}_{\text{cant. de mov. del cohete}} + \underbrace{(dm) \cdot v'}_{\text{cant. de mov. gases}}$$

$$p' = m \cdot v + m \cdot dv - v \cdot dm - dm \cdot dv + (v - v_e) \cdot dm$$

$$p' = m \cdot v + m \cdot dv - \cancel{v \cdot dm} - \cancel{dm \cdot dv} + v \cdot dm - v_e \cdot dm$$

↳ Lo despreciamos, muy pequeño.

$p' = mv + m dv - v_e dm$
 veamos ahora su variación:

$$dp = p' - p = \cancel{mv} + m dv - v_e dm - \cancel{mv}$$

$$\frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt} - v_e \frac{dm}{dt} = \Sigma F_{ext}$$

↳ Se denomina empuje del cohete y tiene dimensiones de fuerza

→ Supongamos un movimiento vertical y v_e constante

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_{ext} &= -m\vec{g} \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= m \frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{v}_e \frac{dm}{dt} \end{aligned} \right\} m \frac{dv}{dt} - v_e \frac{dm}{dt} = -mg$$

$$\frac{dv}{dt} - \frac{v_e}{m} \frac{dm}{dt} = -g \xrightarrow{\text{Integramos}} \int_{v_0}^v dv - v_e \int_{m_0}^m \frac{dm}{m} = -g \int_{t_0}^t dt$$

$$v - v_0 - v_e \ln\left(\frac{m}{m_0}\right) = -g \cdot t$$

$$v = v_0 + v_e \ln \frac{m}{m_0} - g \cdot t$$

manuel

→ Supongamos $\Sigma F_{ext} = 0$

$$v = v_0 + v_e \ln \frac{m}{m_0}$$

→ Cuanto mayor sea la velocidad de salida de los gases, mayor será la propulsión, es decir, mayor será la velocidad alcanzada

5. CONCLUSION PERSONAL Y RELACION CON EL CURRÍCULO

El objetivo de la Dinámica es describir los factores capaces de producir alteraciones de un sistema físico, cuantificarlos y plantear ecuaciones de movimiento. El estudio de la Dinámica es prominente en los sistemas mecánicos (clásicos, relativista o cuánticos), pero también en la Termodinámica y electrodinámica, por tanto, no cabe ninguna duda de la importancia que tiene este tema como base imprescindible del estudio de posteriores temas como la interacción gravitatoria, el electromagnetismo, etc. Podríamos decir que este tema es la base de toda la Física.

Desde el punto de vista curricular, este tema se desarrolla en los siguientes cursos:

- 2º y 3º ESO : Bloque 4: El movimiento y las fuerzas
- 4º ESO : Bloque 4: El movimiento y las fuerzas
- ^{manuel} 1º BACH : Bloque 7: Dinámica.

6. BIBLIOGRAFIA

- Física para la ciencia y tecnología
Tipler - Mosca, Editorial Reverte
- Física Básica
Antonio Fernández - Rañado
Alianza - Editorial.